4) T_a :la tgte à (C) au poit d'abscisse $\frac{1}{a}$

On a $f'(x)=(\frac{x^2+x+1}{x^2})e^{-\frac{1}{x}}$ donc

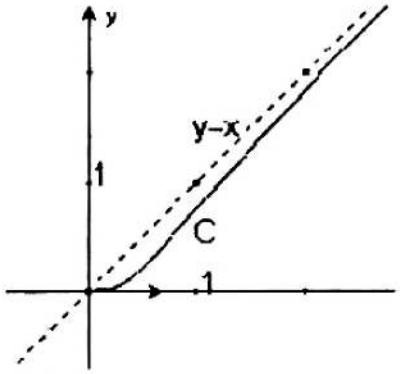
$f'(1/a)=(1+a+a^2)e^{-a}$

T_a : $y=(1+a+a^2)e^{-a}.(x-1/a)+(1+1/a).e^{-a}$

Donc T_a :$y=(1+a+a^2)e^{-a}.x-a.e^{-a}$

Pour $y=0 \Rightarrow x=\frac{a}{1+a+a^2}$

5)



EX42

$f_k(x)=\frac{kx+1}{x}e^x$ $x \in]0,+\infty[$ et $k \leq 0$

1) $\lim\limits_{x\to 0^+} f_k(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{kx+1}{x}e^x=+\infty$

*pour k=0 $\lim\limits_{x\to+\infty} f_k(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$

*pour k≠0 $k<0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f_k(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{kx+1}{x}e^x=-\infty$

2) $f_k'(x)=-\frac{1}{x^2}e^x+\frac{kx+1}{x}e^x$

$f_k'(x)=\frac{kx^2+x+1}{x^2}e^x$

$f_k'(x)=0 \Leftrightarrow kx^2+x-1=0$

pour $k\neq 0$; $\Delta=1+4k$

- Si $k \in]-\frac{1}{4}, 0[$ l'équation $f_k'(x)=0$ admet deux solutions
- Si $k=0$ ou $k=-\frac{1}{4}$

L'équation $f_k'(x)=0$ admet une seule solution

- Si $k<-\frac{1}{4}$: aucune solutions

3) $(\xi f_{-1})=(\xi_2)$

$(\xi f_{-\frac{1}{4}})=(\xi_3)$

$(\xi f_0)=(\xi_1)$

4) $A(a)=\int_a^{a+1} f_0(x)dx$

a) A (a) représente l'aire de la partie du plan limitée par (ξf_0) ; l'axe des abscisses et les droites d'équations respective x = a et x=a+1

b) $A(a)=\int_1^{a+1} f_0(x)dx-\int_1^a f_0(x)dx$

$A'(a)=f_0(a+1)-f_0(a)=\frac{e^{a+1}}{a+1}-\frac{e^a}{a}$

$A'(a)=(\frac{e}{a+1}-\frac{1}{a})e^a=\frac{(e-1)a-1}{a(a+1)}e^a$

x	0		$\frac{1}{e-1}$		$+\infty$
$A'(a)$	‖	−	0	+	
$A(a)$	‖	↘	$A(\frac{1}{e-1})$	↗	

A est décroissante sur $]0, \frac{1}{e-1}]$

A est croissante sur $[\frac{1}{e-1}, +\infty[$

c) $A(a)$ est minimale pour $a=\frac{1}{e-1}$